



**ITA – Instituto Tecnológico de Aeronáutica**  
**Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Computação**  
**Professor Dr. Paulo Marcelo Tasinaffo**  
**CE – 201 – Lógica para Ciência da Computação**

# ListEx 2

**2º. Semestre de 2006**  
**Marcelo Nogueira**  
**São José dos Campos - SP**



**ITA – Instituto Tecnológico de Aeronáutica**  
**Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Computação**  
**Professor Dr. Paulo Marcelo Tasinoffo**  
**CE – 201 – Lógica para Ciência da Computação**

**(Exercício 01)** Todas as fórmulas enunciadas abaixo são válidas:

- |   |                                    |
|---|------------------------------------|
| a) $\models \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$   | negação do antecedente             |
| b) $\models (A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$                          | contraposição                      |
| c) $\models A \leftrightarrow A$  | equivalência é reflexiva           |
| d) $\models (A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (B \leftrightarrow A)$                            | equivalência é simétrica           |
| e) $\models ((A \leftrightarrow B) \wedge (B \leftrightarrow C)) \rightarrow (A \leftrightarrow C)$ | equivalência é transitiva          |
| f) $\models (A \wedge B) \wedge C \leftrightarrow A \wedge (B \wedge C)$                            | $\wedge$ e $\vee$ são associativas |
| g) $\models (A \vee B) \vee C \leftrightarrow A \vee (B \vee C)$                                    |                                    |
| h) $\models \neg (A \vee B) \leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$                                   | de Morgan                          |
| i) $\models \neg (A \wedge B) \leftrightarrow \neg A \vee \neg B$                                   | de Morgan                          |

**1.a)** Construa a tabela verdade de pelo menos 6 das fórmulas acima; e assim, verifique que qualquer interpretação  $I$  para qualquer das fórmulas anteriores resulta necessariamente em 1.

**Resolução:**

a)  $\models \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$

A	B	$\neg A$	$A \rightarrow B$	$\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$
F	F	V	V	V
F	V	V	V	V
V	F	F	F	V
V	V	F	V	V

b)  $\models (A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$

A	B	$A \rightarrow B$	$\neg B$	$\neg A$	$\neg B \rightarrow \neg A$	$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$
F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V
V	V	V	F	F	V	V

c)  $\models A \leftrightarrow A$

A	$A \leftrightarrow A$
F	V
V	V

d)  $\models (A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (B \leftrightarrow A)$

A	B	$A \leftrightarrow B$	$B \leftrightarrow A$	$(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (B \leftrightarrow A)$
F	F	V	V	V
F	V	F	F	V
V	F	F	F	V
V	V	V	V	V



**ITA – Instituto Tecnológico de Aeronáutica**  
**Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Computação**  
**Professor Dr. Paulo Marcelo Tasinaffo**  
**CE – 201 – Lógica para Ciência da Computação**

e)  $|= ((A \leftrightarrow B) \wedge (B \leftrightarrow C)) \rightarrow (A \leftrightarrow C)$

A	B	C	$A \leftrightarrow B$	$B \leftrightarrow C$	$(A \leftrightarrow B) \wedge (B \leftrightarrow C)$	$A \leftrightarrow C$	$((A \leftrightarrow B) \wedge (B \leftrightarrow C)) \rightarrow (A \leftrightarrow C)$
F	F	F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	F	F	F	V
F	V	F	F	F	F	V	V
F	V	V	F	V	F	F	V
V	F	F	F	V	F	F	V
V	F	V	F	F	F	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	V	V	V	V	V	V	V

f)  $|= (A \wedge B) \wedge C \leftrightarrow A \wedge (B \wedge C)$

A	B	C	$A \wedge B$	$(A \wedge B) \wedge C$	$B \wedge C$	$A \wedge (B \wedge C)$	$(A \wedge B) \wedge C \leftrightarrow A \wedge (B \wedge C)$
F	F	F	F	F	F	F	V
F	F	V	F	F	F	F	V
F	V	F	F	F	F	F	V
F	V	V	F	F	V	F	V
V	F	F	F	F	F	F	V
V	F	V	F	F	F	F	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	V	V	V	V	V	V	V

g)  $|= (A \vee B) \vee C \leftrightarrow A \vee (B \vee C)$

A	B	C	$A \vee B$	$(A \vee B) \vee C$	$B \vee C$	$A \vee (B \vee C)$	$(A \vee B) \vee C \leftrightarrow A \vee (B \vee C)$
F	F	F	F	F	F	F	V
F	F	V	F	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	V	V	V	V	V	V	V

h)  $|= \neg(A \vee B) \leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$

A	B	$A \vee B$	$\neg(A \vee B)$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \wedge \neg B$	$\neg(A \vee B) \leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$
F	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	F	V	F	F	V
V	F	V	F	F	V	F	V
V	V	V	F	F	F	F	V

i)  $|= \neg(A \wedge B) \leftrightarrow \neg A \vee \neg B$

A	B	$A \wedge B$	$\neg(A \wedge B)$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee \neg B$	$\neg(A \wedge B) \leftrightarrow \neg A \vee \neg B$
F	F	F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V
V	F	F	V	F	V	V	V
V	V	V	F	F	F	F	V



**ITA – Instituto Tecnológico de Aeronáutica**  
**Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Computação**  
**Professor Dr. Paulo Marcelo Tasinaffo**  
**CE – 201 – Lógica para Ciência da Computação**

1.b) Escolha cinco das nove fórmulas válidas acima e demonstre-as ou pelo método “axiomático” ou pelo método da “eliminação de hipóteses provisórias”. As fórmulas devem ser escolhidas de tal forma a obedecer à regra de nunca se ter mais do que duas fórmulas consecutivas dentro do conjunto das fórmulas escolhidas pela dupla de alunos e a serem demonstradas.

**Resolução:**

a)  $\models \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$

1.	$\neg A$	H
2.	A	[H]
3.	B	(1,2) (RA)
4.	$A \rightarrow B$	(2,3) ( $\rightarrow^+$ )

b)  $\models (A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$

1.	$A \rightarrow B$	H
2.	$\neg B$	[H]
3.	$\neg A$	(1,2) (MT)
4.	$\neg B \rightarrow \neg A$	(2,3) ( $\rightarrow^+$ )

1.	$\neg B \rightarrow \neg A$	H
2.	A	[H]
3.	B	(1,2) (MT)
4.	$A \rightarrow B$	(2,3) ( $\rightarrow^+$ )

d)  $\models (A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (B \leftrightarrow A)$

1.	$A \leftrightarrow B$	H
2.	$A \rightarrow B$	(1) ( $\leftrightarrow^-$ )
3.	$B \rightarrow A$	(1) ( $\leftrightarrow^-$ )
4.	$B \leftrightarrow A$	(3,4) ( $\leftrightarrow^+$ )

1.	$B \leftrightarrow A$	H
2.	$B \rightarrow A$	(1) ( $\leftrightarrow^-$ )
3.	$A \rightarrow B$	(1) ( $\leftrightarrow^-$ )
4.	$A \leftrightarrow B$	(3,4) ( $\leftrightarrow^+$ )



**ITA – Instituto Tecnológico de Aeronáutica**  
**Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Computação**  
**Professor Dr. Paulo Marcelo Tasinaffo**  
**CE – 201 – Lógica para Ciência da Computação**

e)  $\models ((A \leftrightarrow B) \wedge (B \leftrightarrow C)) \rightarrow (A \leftrightarrow C)$

1.	$(A \leftrightarrow B) \wedge (B \leftrightarrow C)$	H
2.	A	[H]
3.	C	[H]
4.	$A \leftrightarrow B$	(1) $(\wedge^-_1)$
5.	$B \leftrightarrow C$	(1) $(\wedge^-_2)$
6.	$A \rightarrow B$	(4) $(\leftrightarrow^-)$
7.	$B \rightarrow A$	(4) $(\leftrightarrow^-)$
8.	$B \rightarrow C$	(5) $(\leftrightarrow^-)$
9.	B	(2,6) (MP)
10.	A	(6,9) (MP)
11.	C	(8,9) (MP)
12.	$C \rightarrow A$	(3,10) $(\rightarrow^+)$
13.	$A \rightarrow C$	(2,11) $(\rightarrow^+)$
14.	$A \leftrightarrow C$	(12,13) $(\leftrightarrow^+)$

h)  $\models \neg (A \vee B) \leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$

1.	$\neg(A \vee B)$	H
2.	A	[H]
3.	$A \vee B$	(2) $[\vee^+_2]$
4.	$(A \vee B) \wedge \neg(A \vee B)$	(1,3) $(\wedge^+)$
5.	$\neg A$	(2,4) (RA)
6.	B	[H1]
7.	$A \vee B$	(6) $[\vee^+_2]$
8.	$(A \vee B) \wedge \neg(A \vee B)$	(1,7) $(\wedge^+)$
9.	$\neg B$	(6,8) (RA)
10.	$\neg A \wedge \neg B$	(5,9) $(\wedge^+)$

1.	$\neg A \wedge \neg B$	H
2.	$A \vee B$	[H]
3.	A	[H1]
4.	$\neg A$	(1) $(\wedge^-_1)$
5.	$A \wedge \neg A$	(3,4) $(\wedge^+)$
6.	$(A \wedge \neg A) \vee (B \wedge \neg B)$	(5) $(\vee^+_2)$
7.	$A \rightarrow (A \wedge \neg A) \vee (B \wedge \neg B)$	(3,6) $(\rightarrow^+)$
8.	B	[H2]
9.	$\neg B$	(1) $(\wedge^-_2)$
10.	$B \wedge \neg B$	(8,9) $(\wedge^+)$
11.	$(A \wedge \neg A) \vee (B \wedge \neg B)$	(10) $(\vee^+_2)$
12.	$B \rightarrow (A \wedge \neg A) \vee (B \wedge \neg B)$	(8,11) $(\rightarrow^+)$
13.	$(A \wedge \neg A) \vee (B \wedge \neg B)$	(2,7,12) $(\vee^-)$
14.	$\neg(A \vee B)$	(2, 13) (RA)



**ITA – Instituto Tecnológico de Aeronáutica**  
**Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Computação**  
**Professor Dr. Paulo Marcelo Tasinoffo**  
**CE – 201 – Lógica para Ciência da Computação**

**(Exercício 02)** DEDUZA ou PROVE cada uma das seguintes propriedades:

- |  |                                 |
|--|---------------------------------|
| (1) $(\varphi \rightarrow \psi) \leftrightarrow \neg(\varphi \wedge \neg\psi)$   | Outra lei de conversão          |
| (2) $\varphi \wedge \psi / \psi \wedge \varphi$  | Comutativa                      |
| (3) $\varphi \vee \psi / \psi \vee \varphi$  | Comutativa                      |
| (4) $\varphi \wedge (\psi \wedge \theta) / (\varphi \wedge \psi) \wedge \theta$  | Associativa                     |
| (5) $\varphi \vee (\psi \vee \theta) / (\varphi \vee \psi) \vee \theta$  | Associativa                     |
| (6) $\varphi \wedge (\psi \vee \theta) / (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \theta)$                               | Distributiva                    |
| (7) $\varphi \vee (\psi \wedge \theta) / (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \theta)$                                 | Distributiva                    |
| (8) $(\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \neg\psi) / \varphi$   |                                 |
| (9) $\varphi / \varphi \vee (\psi \wedge \neg\psi)$  |                                 |
| (10) $\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \theta) / (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \theta)$ |                                 |
| (11) $\varphi \rightarrow \psi / (\psi \rightarrow \theta) \rightarrow (\varphi \rightarrow \theta)$                       |                                 |
| (12) $\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \theta) / \varphi \wedge \psi \rightarrow \theta$                              |                                 |
| (13) $\varphi \leftrightarrow \psi / \neg\varphi \leftrightarrow \neg\psi$   |                                 |
| (14) $\neg\varphi / \varphi \rightarrow \psi$  | Paradoxo da Implicação Material |
| (15) $\varphi / \psi \rightarrow \varphi$  | Paradoxo da Implicação Material |
| (16) $(\varphi \rightarrow \psi) \leftarrow \varphi / \varphi$   |                                 |
| (17) $\varphi / (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \neg\psi)$  |                                 |
| (18) $\neg(\neg\varphi \vee \neg\psi) / \varphi \wedge \psi$   |                                 |

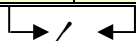
**Resolução:**

(1)  $(\varphi \rightarrow \psi) \leftrightarrow \neg(\varphi \wedge \neg\psi)$

$\varphi$	$\psi$	$\varphi \rightarrow \psi$	$\neg\psi$	$\varphi \wedge \neg\psi$	$\neg(\varphi \wedge \neg\psi)$	$(\varphi \rightarrow \psi) \leftrightarrow \neg(\varphi \wedge \neg\psi)$
F	F	V	F	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	V	F	V
V	V	V	F	F	V	V

(2)  $\varphi \wedge \psi / \psi \wedge \varphi$

$\varphi$	$\psi$	$\varphi \wedge \psi$	$\psi \wedge \varphi$
F	F	F	F
F	V	F	F
V	F	F	F
V	V	V	V





**ITA – Instituto Tecnológico de Aeronáutica**  
**Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Computação**  
**Professor Dr. Paulo Marcelo Tasinaffo**  
**CE – 201 – Lógica para Ciência da Computação**

(3)  $\varphi \vee \psi / \psi \vee \varphi$

$\varphi$	$\psi$	$\varphi \vee \psi$	$\psi \vee \varphi$
F	F	F	F
F	V	V	V
V	F	V	V
V	V	V	V

↔ / ↔

(4)  $\varphi \wedge (\psi \wedge \theta) / (\varphi \wedge \psi) \wedge \theta$

$\varphi$	$\psi$	$\theta$	$\psi \wedge \theta$	$\varphi \wedge (\psi \wedge \theta)$	$\varphi \wedge \psi$	$(\varphi \wedge \psi) \wedge \theta$
F	F	F	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F	F
F	V	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F
V	F	V	F	F	F	F
V	V	F	F	F	V	F
V	V	V	V	V	V	V

↔ / ↔

(5)  $\varphi \vee (\psi \vee \theta) / (\varphi \vee \psi) \vee \theta$

$\varphi$	$\psi$	$\theta$	$\psi \vee \theta$	$\varphi \vee (\psi \vee \theta)$	$\varphi \vee \psi$	$(\varphi \vee \psi) \vee \theta$
F	F	F	F	F	F	F
F	F	V	V	V	F	V
F	V	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V
V	V	V	V	V	V	V

↔ / ↔

(6)  $\varphi \wedge (\psi \vee \theta) / (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \theta)$

$\varphi$	$\psi$	$\theta$	$\psi \vee \theta$	$\varphi \wedge (\psi \vee \theta)$	$\varphi \wedge \psi$	$\varphi \wedge \theta$	$(\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \theta)$
F	F	F	F	F	F	F	F
F	F	V	V	F	F	F	F
F	V	F	V	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F	F
V	F	V	V	V	F	V	V
V	V	F	V	V	V	F	V
V	V	V	V	V	V	V	V

↔ / ↔



**ITA – Instituto Tecnológico de Aeronáutica**  
**Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Computação**  
**Professor Dr. Paulo Marcelo Tasinaffo**  
**CE – 201 – Lógica para Ciência da Computação**

(7)  $\phi \vee (\psi \wedge \theta) / (\phi \vee \psi) \wedge (\phi \vee \theta)$

$\phi$	$\psi$	$\theta$	$\psi \wedge \theta$	$\phi \vee (\psi \wedge \theta)$	$\phi \vee \psi$	$\phi \vee \theta$	$(\phi \vee \psi) \wedge (\phi \vee \theta)$
F	F	F	F	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F	V	F
F	V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V
V	V	V	V	V	V	V	V



(8)  $(\phi \wedge \psi) \vee (\phi \wedge \neg\psi) / \phi$

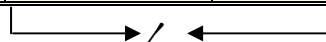
$\phi$	$\psi$	$\phi \wedge \psi$	$\neg\psi$	$\phi \wedge \neg\psi$	$(\phi \wedge \psi) \vee (\phi \wedge \neg\psi)$	$\phi$
F	F	F	V	F	F	F
F	V	F	F	F	F	F
V	F	F	V	V	V	V
V	V	V	F	F	V	V

$(\phi \wedge \psi) \vee (\phi \wedge \neg\psi)$	$\phi$	$(\phi \wedge \psi) \vee (\phi \wedge \neg\psi) \rightarrow \phi$
F	F	V
F	F	V
V	V	V
V	V	V

Condicional associada é tautologia.  
 $\therefore$  Argumento é válido

(9)  $\phi / \phi \vee (\psi \wedge \neg\psi)$

$\phi$	$\psi$	$\neg\psi$	$\psi \wedge \neg\psi$	$\phi \vee (\psi \wedge \neg\psi)$	$\phi$
F	F	V	F	F	F
F	V	F	F	F	F
V	F	V	F	V	V
V	V	F	F	V	V



(10)  $\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \theta) / (\phi \rightarrow \psi) \rightarrow (\phi \rightarrow \theta)$

$\phi$	$\psi$	$\theta$	$\psi \rightarrow \theta$	$\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \theta)$	$\phi \rightarrow \psi$	$\phi \rightarrow \theta$	$(\phi \rightarrow \psi) \rightarrow (\phi \rightarrow \theta)$
F	F	F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	F	V
V	F	V	V	V	F	V	V
V	V	F	F	F	V	F	F
V	V	V	V	V	V	V	V





**ITA – Instituto Tecnológico de Aeronáutica**  
**Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Computação**  
**Professor Dr. Paulo Marcelo Tasinaffo**  
**CE – 201 – Lógica para Ciência da Computação**

$\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \theta)$	$(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \theta)$	$\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \theta) \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \theta)$
V	V	V
V	V	V
V	V	V
V	V	V
V	V	V
V	V	V
F	F	V
V	V	V

Condicional associada é tautologia.

$\therefore$  Argumento é válido

(11)  $\varphi \rightarrow \psi \quad (\psi \rightarrow \theta) \rightarrow (\varphi \rightarrow \theta)$

$\varphi$	$\psi$	$\theta$	$\varphi \rightarrow \psi$	$\psi \rightarrow \theta$	$\varphi \rightarrow \theta$	$(\psi \rightarrow \theta) \rightarrow (\varphi \rightarrow \theta)$
F	F	F	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V
F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F
V	F	V	F	V	V	V
V	V	F	V	F	F	V
V	V	V	V	V	V	V

$\varphi \rightarrow \psi$	$(\psi \rightarrow \theta) \rightarrow (\varphi \rightarrow \theta)$	$\varphi \rightarrow \psi \rightarrow (\psi \rightarrow \theta) \rightarrow (\varphi \rightarrow \theta)$
V	V	V
V	V	V
V	V	V
V	V	V
F	F	V
F	V	V
V	V	V
V	V	V

Condicional associada é tautologia.

$\therefore$  Argumento é válido

(12)  $\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \theta) \quad \varphi \wedge \psi \rightarrow \theta$

$\varphi$	$\psi$	$\theta$	$\psi \rightarrow \theta$	$\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \theta)$	$\varphi \wedge \psi$	$\varphi \wedge \psi \rightarrow \theta$
F	F	F	V	V	F	V
F	F	V	V	V	F	V
F	V	F	F	V	F	V
F	V	V	V	V	F	V
V	F	F	V	V	F	V
V	F	V	V	V	F	V
V	V	F	F	F	V	F
V	V	V	V	V	V	V





**ITA – Instituto Tecnológico de Aeronáutica**  
**Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Computação**  
**Professor Dr. Paulo Marcelo Tasinaffo**  
**CE – 201 – Lógica para Ciência da Computação**

(13)  $\varphi \leftrightarrow \psi / \neg\varphi \leftrightarrow \neg\psi$

$\varphi$	$\psi$	$\varphi \leftrightarrow \psi$	$\neg\varphi$	$\neg\psi$	$\neg\varphi \leftrightarrow \neg\psi$
F	F	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F
V	F	F	F	V	F
V	V	V	F	F	V



(14)  $\neg\varphi \wedge \varphi \rightarrow \psi$

$\neg\varphi$  Premissa 1

- |    |                            |            |                     |
|----|----------------------------|------------|---------------------|
| 1. | $\neg\varphi \vee \psi$    | Premissa 1 | (Regra da Adição)   |
| 2. | $\varphi \rightarrow \psi$ | 1          | (Regra Condicional) |

(15)  $\varphi \wedge \psi \rightarrow \varphi$

$\varphi$  Premissa 1

- |    |                            |            |                     |
|----|----------------------------|------------|---------------------|
| 1. | $\neg\psi \wedge \varphi$  | Premissa 1 | (Regra da Adição)   |
| 2. | $\psi \rightarrow \varphi$ | 1          | (Regra Condicional) |

(16)  $(\varphi \rightarrow \psi) \leftarrow \varphi \wedge \psi$

(17)  $\varphi \rightarrow (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \neg\psi)$

$\varphi$	$\psi$	$\varphi$	$\varphi \wedge \psi$	$\neg\psi$	$\varphi \wedge \neg\psi$	$(\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \neg\psi)$
F	F	F	F	V	F	F
F	V	F	F	F	F	F
V	F	V	F	V	V	V
V	V	V	V	F	F	V

$\varphi$	$(\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \neg\psi)$	$\varphi \rightarrow (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \neg\psi)$
F	F	V
F	F	V
V	V	V
V	V	V

Condicional associada é tautologia.  
 $\therefore$  Argumento é válido

(18)  $\neg(\neg\varphi \vee \neg\psi) \wedge \varphi \wedge \psi$

$\neg(\neg\varphi \vee \neg\psi)$  Premissa 1

- |    |                                       |            |                   |
|----|---------------------------------------|------------|-------------------|
| 1. | $\neg\neg\varphi \wedge \neg\neg\psi$ | Premissa 1 | (Regra de Morgan) |
| 2. | $\varphi \wedge \psi$                 | 1          | (Dupla Negação)   |



**ITA – Instituto Tecnológico de Aeronáutica**  
**Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Computação**  
**Professor Dr. Paulo Marcelo Tasinaffo**  
**CE – 201 – Lógica para Ciência da Computação**

**(Exercício 03)** Numa mansão vitoriana, várias pessoas são suspeitas de um crime. São elas: o motorista (A), o cozinheiro (B), o mordomo (C), e o jardineiro (D). O famoso detetive Sherlock Holmes investiga e descobre certos fatos ( $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_7$ ), a partir dos quais conclui, intuitiva ou semanticamente, qual dos suspeitos é o culpado ( $\psi$ ). Simbolize, no nível proposicional, o argumento seguinte (cujas as premissas são os sete fatos descobertos por Sherlock Holmes), e proceda como Sherlock Holmes isto é, descubra o culpado.

1. B é culpado somente se A for culpado.
2. A é culpado sse o crime foi cometido com um revólver.
3. B é culpado ou A é culpado, ou C é culpado ou D é culpado.
4. Se C for culpado, então o crime não foi cometido com um revólver.
5. D não é culpado se o crime não foi cometido com um machado.
6. Se o crime foi cometido com um revolver ou com um machado, então o crime foi premeditado e foi cometido suavemente.
7. O crime não foi cometido suavemente.

**Resolução:**

a = motorista                      C(x) = culpado  
b = cozinheiro                    R(x) = crime cometido com um revolver  
c = mordomo                        M(x) = crime cometido com um machado  
d = jardineiro                      S(x) = crime cometido suavemente

1.	$C(b) \rightarrow C(a)$	H
2.	$C(a) \leftrightarrow R(x)$	H
3.	$C(b) \vee C(a) \vee C(c) \vee C(d)$	H
4.	$C(c) \rightarrow \neg R(x)$	H
5.	$\neg C(d) \rightarrow \neg M(x)$	H
6.	$R(x) \vee M(x) \rightarrow S(x)$	H
7.	$\neg S(x)$	H
8.	$\neg(R(x) \vee M(x))$	6,7 (MT)
9.	$\neg R(x) \wedge \neg M(x)$	8 (De Morgan)
10.	$\neg R(x)$	9 ( $\wedge \bar{1}$ )
11.	$C(c)$	4,10 (MP)

$\therefore$  O **mordomo** é o culpado.